

Softwarová aplikace pro podporu udržitelného investování

Projekt:	Modelování a simulace udržitelného investování pro podporu rozhodování
Identifikační kód projektu	17-23448S
Cíl projektu	Cílem projektu je navrhnout model udržitelného investování zohledňující environmentální, sociální a corporate governance ESG faktory ve vybraném odvětví, tento model implementovat a ověřit pro hodnocení udržitelných investic v České republice. Metodika projektu je založena na modelování se zahrnutím ESG faktorů, rizika a výnosnosti k efektivnímu výběru udržitelných investičních variant založených i na metodách umělé inteligence.
Zaměření softwaru	Podpora udržitelného investování. Primárně zaměřeno na podílové fondy pro udržitelné investování, s možností rozšířené na další aplikační oblasti. Cílová skupina běžní uživatelé (po registraci), důraz aplikace kladen na posouzení vhodnosti investic do vybraného portfolia (na základě zvoleného výběru) a vybrané hodnotící metody.
Řešitelka (FP VUT v Brně)	prof. Ing. Alena Kocmanová, Ph.D.
Spoluřešitel (PEF MENDELU)	prof. RNDr. Jiří Hřebíček, CSc. (zemřel 17 listopadu 2017); doc. Ing. Oldřich Trezn, Ph.D. Ing. Oldřich Faldík, Ph.D. doc. Ing. Sylvie Formánková, Ph.D. Ing. Jan Kolomazník, Ph.D.

Softwarová aplikace je výstupem projektu 17-23448S „Modelování a simulace udržitelného investování pro podporu rozhodování, která byla vyvinuta Vysokým učením technickým, Fakultou podnikatelskou a Mendelovou univerzitou, Provozně ekonomickou fakultou v letech 2017–2020.

Obsah

Základní popis aplikace, přístupu	3
Aplikované metody pro hodnocení výkonnosti	3
Teorie portfolia – selektivní model Markowitz	3
Analýza obálky dat (DEA – Data envelopment analysis)	3
Samoučící se neuronová síť (SOM – Self-organizing map)	4
Popis softwarové aplikace	5
Závěr	11
Literatura	12

Základní popis aplikace, přístupu

Software pro podporu udržitelnosti byl vyvinut jako webová aplikace, která je určena jednotlivcům, je dostupný po registraci. Další část je popisem funkcionality na úrovni udržitelného investování v podobě ohodnocených podílových fondů, tedy fondů zohledňujících do svého hodnocení aspekty udržitelnosti (SRI, ESG, uhlíková stopa, nebo kombinace). Tato funkcionality je funkcionality výchozí a taktéž funkcionality dále rozšiřovanou. Aplikace umožňuje simulovat rozhodování v úrovni výběru potenciálních fondů pro investice (posouzení volby), avšak není přímo určena pro uživatelské investování. Jedná se tedy o cvičné uživatelské prostředí.

Aplikované metody pro hodnocení výkonnosti

V první fázi byla v softwarové aplikaci (výchozí modul) integrovaná funkcionality, tedy metody, pro posouzení výhodnosti výběru vhodných podílových fondů v rámci preferovaného portfolia pro potenciální uživatelské investice.

Teorie portfolia – selektivní model Markowitz

Teorie portfolia – selektivní model Markowitz dává do souvislosti očekávaný výnos portfolia, riziko portfolia, efektivní hranici investice do posuzovaných fondů a umožňuje vytvořit optimální investiční portfolio. Základním předpokladem modelu je, že investoři jsou racionální, všichni investují na stejně dlouhé období.

Při sestavování portfolia z n investičních instrument tak, že každému instrument je přiřazena určitá váha w , a to taková, aby součet těchto vah byl roven 1. Váhy v tomto pojetí mohou být i záporné, což znamená shortovat daný instrument. Očekávaný výnos je pak dán vzorcem:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot R_i \quad (1)$$

Tedy výnos portfolia je vážený průměr výnosů jednotlivých aktiv. Markowitzovo optimální portfolio je takové portfolio X_{opt} , pro které existuje indiferenční křivka u_k , tak, že

$$\{(R_{opt}, \sigma_{opt})\} = u_k \cap EM \quad (2)$$

Kde je posuzována množina přípustných portfolií a kde EM je množina efektivních portfolií v Markowitzově smyslu, podrobněji např. Edwin (2007). Pro vlastní výpočet a implementaci přístupu bylo použito prostředí programovacího jazyka Python a dostupné zdrojové kódy metody Markowitz upravené pro tento programovací jazyk (Python, 2017).

Analýza obálky dat (DEA – Data envelopment analysis)

Metoda datových obalů je přístup využívaný pro hodnocení efektivnosti, nebo výkonnosti homogenních produkčních jednotek (DMU – Decision Making Unit). Každá tato produkční jednotka spotřebovává vstupy pro vytvoření požadovaných efektů (výstupů). Jedná se o optimalizační metodu z oblasti vícekriteriálního rozhodování (Wu, a kol., 2009). Cílem této metody je roztřídit produkční jednotky na efektivní a neefektivní a to podle porovnání velikosti vstupů a výstupů (Doyle, a kol., 1995). Přístup umožňuje porovnat danou dílčí jednotku vzhledem k nejlepším jednotkám, pokud jde o efektivnost, DEA využívá metodu odhadu produkční funkce, která je založena na teorii lineárního programování (Jablonský, 2007).

Poměr vstupu a výstupu se nazývá efektivita produkčních jednotek. Tento poměr je dán vztahem:

$$efficiency = \frac{inputs}{outputs} \quad (3)$$

Při celkové efektivnosti produkčních jednotek může nastat situace, kdy je dán celý soubor vstupů a výstupů, v tomto případě se používá výpočet relativní míry efektivity dle vztahu:

$$\Phi_k = \frac{\sum_{j=1}^n u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}, k = 1, \dots, p, \quad (4)$$

Kde v_i a u_j jsou jednotlivé váhy vstupů a výstupů pro všechny hodnocené jednotky (celkem p jednotek). Každá z jednotek na svoji produkci spotřebovává m vstupů a n výstupů, x_{ik} je množství vstupů i spotřebované jednotkou k a y_{jk} je množství výstupu j produkované k jednotkou. Vztah pro relativní míru efektivity lze zobecnit ve smyslu různé váhy vstupů a výstupů pro hodnocenou jednotku, pak váhy jsou určovány způsobem, aby efektivita jednotlivých jednotek byla maximální. Jednotka je efektivní, pokud koeficient efektivnosti je roven hodnotě jedna, pokud je hodnota efektivnosti dané jednotky nižší, znamená to, že existuje produkční jednotka s vyšší hodnotou efektivnosti (Jablonský, 2007). Pro výpočet efektivnosti bude využit autory řešiteli vytvořený script v prostředí Maple (Hřebíček, a kol., 2014), který byl dále upraven a integrován v rámci realizovaného řešení.

Samoučící se neuronová síť (SOM – Self-organizing map)

Umělé neuronové sítě jsou jedním z mnoha výpočetních modelů používaných v oblasti umělé inteligence ke klasifikaci (Russell, Norvig, 2010). V aplikační rovině jsou nejčastěji nasazovány vícevrstvé neuronové sítě a to pro klasifikaci, predikci nebo aproximaci, protože zde jsou nezbytná hodnocená data učení (typ učení s učitelem). Dalším typem neuronových sítí jsou samoučící se neuronové sítě, které se pyšní principem podobným shlukovým metodám (Konečný, a kol., 2010). Výhodou těchto sítí je, že data o učení nemusí být hodnocena (učení bez učitele) a v procesu klasifikace je hodnocený vstup (vektor) klasifikován na základě principu vzdálenosti (nejčastěji Euklidova vzdálenost). Poté následuje úprava vah v procesu učení (učící algoritmus). O počtu skupin, do kterých budou vstupy klasifikovány, se rozhodne před samotným výpočtem. Za účelem snadné identifikace vstupních údajů a jejich klasifikace na základě společných vlastností pro výběr vhodného finančního portfolia byly použity samoučící se sítě. Následující vztah popisuje úpravu vah sítě v rámci učícího algoritmu, kdy se na základě výpočtu Euklidovy vzdálenosti identifikuje skupina vhodná pro zařídění posuzovaného vstupu (podílového fondu), kde x_i je parametr zástupce skupiny, w_i je parametr konkrétního fondu, v rámci výstupní mapy sítě.

$$D = (x_1 - w_1)^2 + (x_2 - w_2)^2 + \dots + (x_n - w_n)^2 \quad (5)$$

K provedení samotného výpočtu byl použit vyvinutý software pro konstrukci samoučící se neuronové sítě (Konečný a kol., 2010), který byl upraven a integrován v rámci vyvíjeného řešení. Skutečná data, s ohledem na potlačení vlivu různých vstupních dimenzí, byla pro potřeby výpočtu upravena standardizací s cílem následně zavést váhy u klíčových kritérií (Meloun, Militký, 1996). Střední hodnota standardizovaných hodnot znaků se potom rovná 0 a rozptyl je 1.

Popis softwarové aplikace

Aplikace je dostupná na adrese projektu v rámci týmu PEF MENDELU a to konkrétně na: <http://gacr.pef.mendelu.cz/>. Aplikace obsahuje několik desítek tisíc (ohodnocených) fondů a fondů dostupných celosvětově, data fondů byly pro účely dalšího zpracování automaticky importovány. Pro komfortnější prvopočáteční vyzkoušení funkcionality doporučujeme výběr fondů v rámci EU, kde je dostupný ucelená a dostatečně mohutná základna fondů a jejich popisných dat pro jednotlivé státy unie. Po přihlášení jsou uživateli dostupné jednotlivé logické sekce a to za pomoci záložek aplikace (Fondy, Moje portfolio, Statistika, Nastavení). Zde popsaná funkcionality je platná k verzi softwaru ze dne 14. 12. 2020. Další možné úpravy, rozšíření funkcionality, lze očekávat v průběhu dalšího vývoje.

Registrace uživatele

Pro přihlášení do aplikace je nutná registrace, pro přihlášení je požadován e-mail a heslo, heslo si uživatel volí v rámci registrace (Obrázek 1). Pokud uživatel zapomene přihlašovací údaje (heslo), je možno nechat si zaslat na e-mail z registrace nové přihlašovací údaje.

The image shows a login form titled "Přihlášení" (Login) within a web application interface. The form is centered on a white background and contains two input fields: "Email" with the text "marek.pokorny@investice.cz" and "Heslo" (Password) with masked characters "*****". A blue button labeled "Přihlásit" (Login) is located below the password field. The form is set against a dark blue navigation bar at the top with links for "Informace o projektu", "Pojmová základna", "Reporting", "Registrovat", and "Přihlásit". At the bottom, a dark blue footer contains the copyright notice "© 2020 GACR" and the MENDELU logo.

Obrázek 1: Přihlašovací formulář – aplikace podpora udržitelnosti.

V rámci registrace lze registraci provést na úrovni běžného uživatele (výchozí stav), nebo v podobě společnosti. Součástí je taktéž souhlas se zpracováním vyplněných osobních údajů (Obrázek 2).

Obrázek 2: Registrační údaje – vytvoření nového uživatele

Tvorba uživatelského portfolia

Po registraci/přihlášení již uživatel aplikace může pracovat s jednotlivými registrovanými fondy (všechny fondy). Pro kvalitnější práci na svém portfoliu, je vhodné počet posuzovaných fondů omezit a to v podobě vytvoření nového uživatelského portfolia. K tomuto je určen filtr aplikace na kartě Fondy. Nastavením jednotlivých filtrů lze vyčlenit podvýběr, který je pro uživatele zajímavý, součástí takto nastaveného výběru může být selekce na úrovni státu, měny, výkonnostních, nebo kvalitativních ukazatelů (Obrázek 3). Uživatel si může vytvořit více portfolií a na základě vybraných metod je dále porovnávat.

Číslo	Název	ISIN	Hodnocení	Skóre	SRRI	Stát	Výkon 6 měsíců	Výkon 1 rok
1	LP60000170	LU0044957727	BBB	5.4	4	AUT	0.0519	0.0138
2	LP65025352	LU0246604945	BB	3.7	4	AUT	-0.0139	-0.064
3	LP60012953	LU0095025721	BBB	5.7	3	AUT	-0.008	0.0011
4	LP60000189	LU0069950391	A	6.3	4	AUT	0.0522	0.0228
5	LP60000185	LU0081336892	BBB	4.4	4	AUT	0.0329	0.0084
6	LP65058161	LU0259545720	A	6.0	4	AUT	-0.0144	-0.0105
7	LP68143203	LU0683598212	A	6.0	4	AUT	0.0473	0.0189
8	LP68059343	LU0513834514	A	6.0	3	AUT	0.0147	0.021
9	LP65053046	LU0304231433	A	5.8	3	AUT	-0.018	-0.0805
10	LP65139857	DE000A0X7582	BBB	5.3	3	AUT	-0.0419	-0.0409
11	LP68230042	LU0963865323	A	5.9	4	AUT	-0.0017	-0.0205
12	LP68331909	LU1254412205	BB	3.2	5	AUT	-0.0629	-0.1152
13	LP60059017	LU0132414144	BB	3.7	4	AUT	-0.0298	-0.0655
14	LP60033640	IE0032828273	BB	4.0	4	AUT	-0.0671	-0.0916

Obrázek 3: Přehled dostupných fondů – selekční filtr.

U každého registrovaného fondu lze prohlédnout podrobnější popisné údaje (Obrázek 4). Je vhodné doplnit, že údaje fondů jsou jako celek jednou měsíčně aktualizovány. Následně uživatel zvolený výběr může uložit do uživatelského portfolia zvoleného názvu.

Obrázek 4: Podrobnější popisné údaje – registrovaný fond.

Správa uživatelského portfolia

Uživatel může vytvořit na základě zvoleného filtru libovolný počet vybraných portfolií (množina vybraných fondů). Na takto vytvořená portfolia lze aplikovat dostupné hodnotící metody (Markowitz, DEA – SEM, umělé neuronové sítě – SEM II), viz Obrázek 5. Taktéž lze pracovat s portfoliem v rámci času, viz spodní část uživatelské obrazovky, pod dostupnými portfolii. Je vhodné opět zmínit, že dostupné údaje o fondech (výkonnostní ukazatele) jsou aktualizovány na měsíční bázi.

#	Číslo	Název	Vytvořeno	Markowitz	SEM	SEM II
<input type="checkbox"/>	3	Portfolio-MIX	2021-01-13	Markowitz	SEM	SEM II
<input type="checkbox"/>	2	Portfolio-AUT	2021-01-13	Markowitz	SEM	SEM II
<input type="checkbox"/>	1	Portfolio-CZE	2021-01-13	Markowitz	SEM	SEM II

Obrázek 5: Uživatelská portfolia – přehled dostupných portfolií.

V rámci zvoleného uživatelského portfolia lze následně provádět další selekci (na základě zvoleného dostupného filtru), popřípadě lze editovat fondy i individuálně a to jak přidávat (na základě identifikace

ISIN), nebo konkrétní fond mazat. Je však nutno brát v potaz, že tímto se ovlivní výsledky aplikovaných metod, tedy tuto úpravu je vhodné aplikovat ideálně v době prvotní selekce fondů do vytvářeného portfolia (Obrázek 6).

Portfolio

Název: Portfolio-CZE

Fondy: 15

#	Číslo	Název	ISIN	Hodnocení	Skóre	SRRI	Stát	Výkon 6 měsíců	Výkon 1 rok
<input type="checkbox"/>	5584	LP68291545	LU1109939865	BBB	5.2	3	CZE	-0.0073	-9.0E-4
<input type="checkbox"/>	5587	LP65078596	LU0290356871	A	5.7	2	CZE	-0.0062	-0.0082
<input type="checkbox"/>	5588	LP65078611	LU0290356954	BBB	5.6	2	CZE	-0.0121	-0.0127
<input type="checkbox"/>	5591	LP65078590	LU0290355717	A	5.8	3	CZE	-0.0061	0.0037
<input type="checkbox"/>	5597	LP68014871	LU0429459356	A	6.9	4	CZE	0.0528	0.0019

Uložit Přidat fond Smazat fond

Obrázek 6: Uživatelské portfolio – editace portfolia.

Uživatелеm vytvořená portfolia lze mezi sebou porovnávat, a to nejen s ohledem na vybrané fondy, ale s výhodou s ohledem na aplikované metody a výsledky po aplikaci těchto metod. Při porovnání jsou obě portfolia s ohledem na dané kategorie součástí vertikálního srovnání (Obrázek 7).

01 Portfolio-AUT
Vytvořeno: 2021-01-13
Počet fondů: 20
Použito: Markovitz SEM SEM II

02 Portfolio-CZE
Vytvořeno: 2021-01-13
Počet fondů: 5
Použito: Markovitz SEM SEM II

Nejlépe hodnocené fondy

Číslo	ISIN	ESG Skóre
5592	LU0468896575	7.2
5586	LU0484969463	7.2
5597	LU0429459356	6.9

Průměrné hodnocení

ESG Hodnocení	ESG Skóre	SRRI
ESG	5.81	3.0

Nejlépe hodnocené fondy

Číslo	ISIN	ESG Skóre
5597	LU0429459356	6.9
5591	LU0290355717	5.8
5587	LU0290356871	5.7

Průměrné hodnocení

ESG Hodnocení	ESG skóre	SRRI
ESG	5.19	2.9

Obrázek 7: Uživatelské portfolio – srovnání fondů (základní ukazatele).

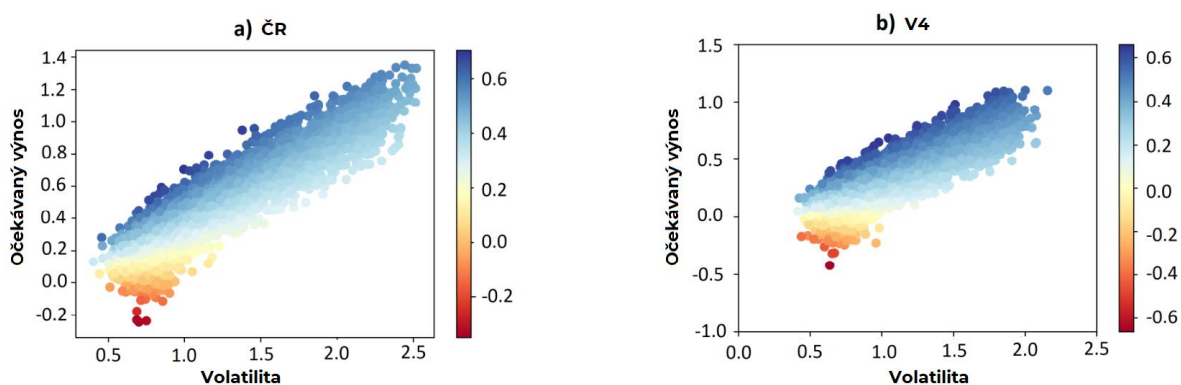
Takto lze porovnat vytvořená portfolia i na časové bázi (výkon portfolia v čase), při zohlednění zvoleného časového intervalu (Obrázek 8).



Obrázek 8: Uživatelské portfolio – srovnání fondů (výkonnostní ukazatele).

Metody pro posouzení výkonnosti fondů (nasazení v rámci webové aplikace)

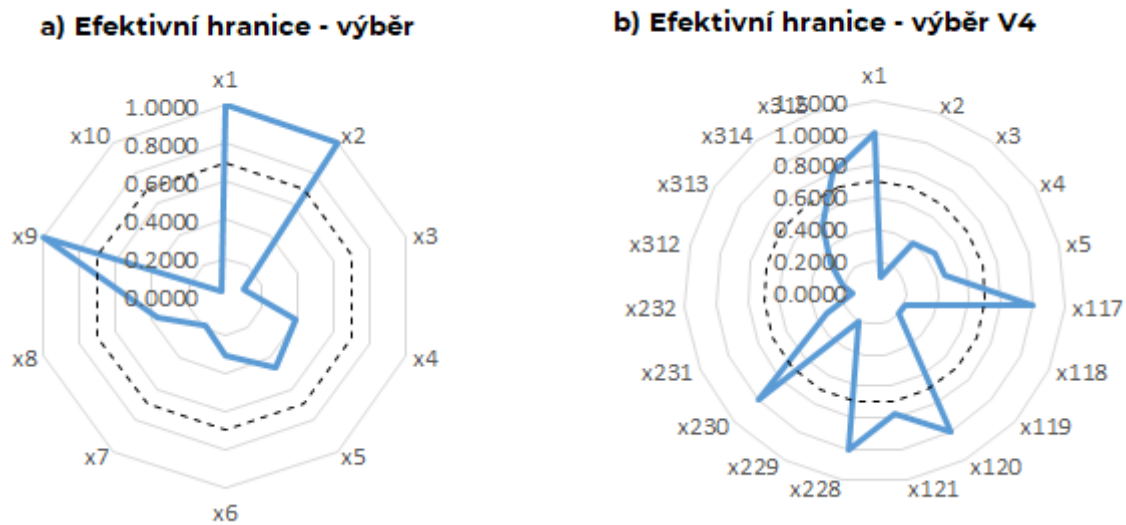
Pro posouzení výkonnosti ohodnocených fondů byly použity v základní úrovni použity metody z oblasti jak statistické analýzy, modelování, tak umělé inteligence. Výchozí metodou pro posuzování vybraného portfolia byl použit Markowitzův model selektivního portfolia pro určení efektivní skladby vybraných fondů a diverzifikace rozdělení investiční části mezi vybrané fondy v rámci portfolia. Vykreslení výstupů modelu je znázorněno viz Obrázek 9: Markowitzův model selektivního portfolia pro vybrané fondy (uživatelské portfolio).. Pro zde posouzené metody jsou vybrána data dílčích fondů a to jak z České republiky (varianta a), a nebo v rámci uskupení V4, varianta b – Česká republika, Maďarsko, Polsko, Slovensko), tato data a členění použita u Obrázku 9 a Obrázku 10. Podrobněji o jednotlivých přístupech a zpracování dat vybranými metodami, viz sekce Literatura, v rámci tohoto dokumentu – publikované články řešiteli projektu.



Obrázek 9: Markowitzův model selektivního portfolia pro vybrané fondy (uživatelské portfolio).

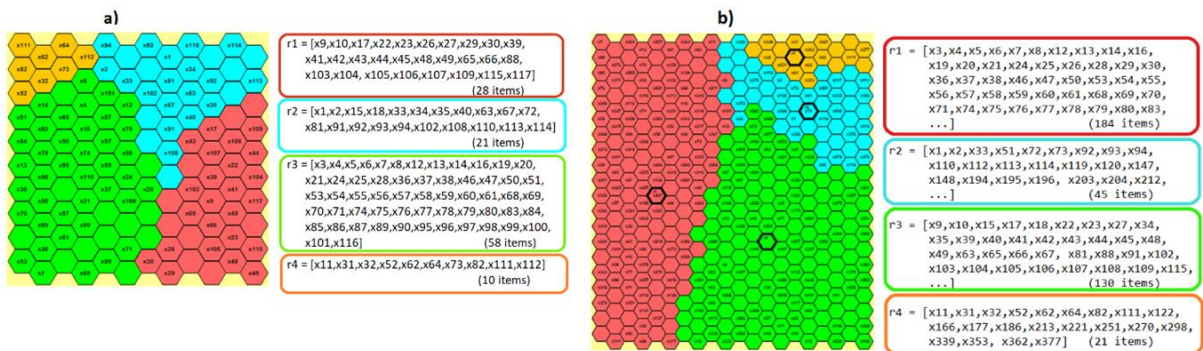
Další metodou, která byla implementována je metoda analýzy datové obálky (DEA – Data envelopment analysis). Při implementaci v rámci softwaru je posuzován daný dílčí fond s ohledem na fond „etalonový“, tedy porovnání fondu vůči benchmarku v dané oblasti, viz Obrázek 10: Metoda analýzy datových obálek implementována na vybraná portfolia. Benchmarkem jsou dostupné fondy v rámci databáze, s ohledem na zapnuté selekční kritérium. Pokud je fond pozičně (hodnotou) nad etalonem (řárkovaná čára), tak ho lze hodnotit jako vhodný pro realizaci investice. Na rozdíl od Markowitzova

přístupu je však nutno následně určit výši investice do jednotlivých podílových fondů na základě procentuálního (poměrového) přepočtu.



Obrázek 10: Metoda analýzy datových obálek implementována na vybraná portfolia.

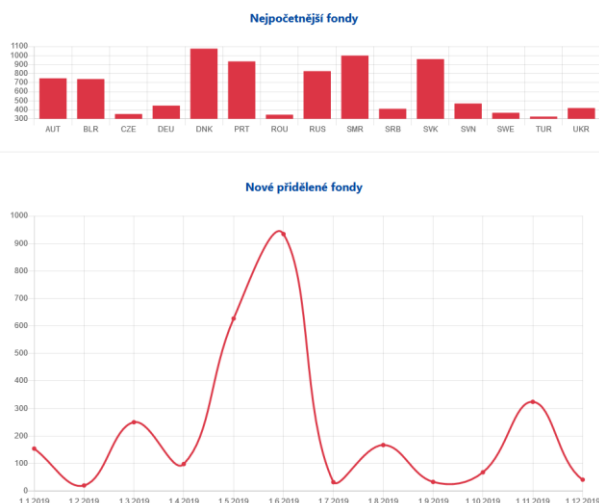
Poslední metodou aplikovanou na vybraná data fondů (zde rozšířený výběr fondů) byla metoda z oblasti umělé inteligence, konkrétně samoučící se neuronové sítě. Jedná se o metodu podobnou shlukové analýze, kde dochází k rozčlenění do zvoleného počtu skupin na základě principu blízkosti. Demonstrováno je na příkladu cvičných dat, kdy bylo zvoleno selekční kritérium do počtu tří a čtyř skupin. Obrázek 11 Následně následuje ohodnocení (v tomto případě aplikováno jako dvoukroková metoda), kdy se učí kvalita takto rozčleněných ohodnocených podílových fondů. Vstupními daty jsou celkově dostupná popisná data fondů a to včetně časového zohlednění.



Obrázek 11: Metoda samoorganizující se neuronové sítě a) selektce do tří skupin, v) selektce do čtyř skupin.

Statistiky

Záložka statistiky v prozatímní funkcionalitě znázorňuje statistiky v počtu přidávaných dílčích fondů do rozhodovacího modelu. Taktéž jsou dostupné informace o rozdělení ohodnocených fondů napříč jednotlivými registrovanými státy. V rámci dalšího vývoje se předpokládá o rozšíření do oblasti uživatelských statistik a to jak v oblasti využívání uživatelského účtu, tak statistiky spojenými s vývojem a výkonem fondů v rámci jednotlivých portfolií. K tomuto kroku je však nutno disponovat více uživatelskými daty pro adekvátní nastavení takto implementované funkcionality. Aktuální dostupná přehledová část viz Obrázek 12.



Obrázek 12: Statistika dostupných fondů – rozdělení fondů napříč státy.

Závěr

Aplikace vyvíjená v rámci projektu byla určena na podporu udržitelného investování. Prvotní zaměření bylo do oblasti udržitelného investování a to v podobě fondů (ohodnocené fondy). Podrobněji viz sekce Literatura, kde jsou uvedeny jednotlivé články s podrobnějším rozбором aplikovaných metod a zvoleného přístupu. Výchozí architektura aplikace byla stavěna na modulárním přístupu, tedy oddělení vývoje jednotlivých komponent (modulů) nezávisle na sobě. Tento postup se jeví jako vhodný nejen s ohledem na separátní vývoj jednotlivých částí (dílní funkcionality) bez vlivu na celek v rámci vývoje, ale umožňuje zakomponování dalších modulů v podobě dalšího inkrementálního vývoje aplikace. Jak bylo uvedeno v rámci úvodního popisu, aplikace se skládá z modulu určeného pro přihlašování a správu uživatelů, dále modulu pro import dat (obecný modu) a části určené pro vykreslování grafických výstupů. V této fázi je ústředním implementovaným modulem modul pro správu, výběr a posuzování investičních příležitostí v podobě ohodnocených podílových fondů. Tento modul, stejně jako celá aplikace, byl po funkční stránce testován a upravován zejména v posledních dvou letech projektu.

Modul pro udržitelné investování v podobě podílových fondů využívá pro své výpočetní modely volně dostupné údaje poskytované společnostmi v rámci sítě internet. Tohoto bylo s jistou výhodou využito za pomoci automatického importu dat do aplikace, přičemž tato data jsou automaticky importována ve vybraných (nastavených) časových intervalech.

Na modul pro udržitelné investování v podobě podílových fondů, a tedy na modulovou architekturu, lze navázat integrací další funkcionality vycházející z popsané Metodiky udržitelného investování pro podporu rozhodování v ČR. Základní kroky a prvky, této rozšiřující funkcionality, byly integrovány.

Je však nutno podotknout, že vyvinutý software není platformou pro automatické obchodování, ale jen na podporu rozhodování o výběru vhodných instrumentů pro následné investování.

Literatura

- DOYLE, J. R., GRENN, R. H. *Cross-evaluation in DEA: improving discrimination among DMUs*. Information Systems and Operational Research. 1995. sv. 33, č. 3, s. 205–222.
- EDWIN, J. *Modern portfolio theory and investment analysis*. John Wiley & Sons, 2007, s 728. ISBN 0470050829.
- FORMÁNKOVÁ, S., TRENZ, O., FALDÍK, O., KOLOMAZNÍK, J. *Factors influencing decision making in sustainable, responsible and impact investing*. In Enterprise and Competitive Environment: Conference Proceedings. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2018, s. 209–219. ISBN 978-80-7509-561-9.
- FORMÁNKOVÁ, S., TRENZ, O., FALDÍK, O., KOLOMAZNÍK, J., SLÁDKOVÁ, J. *Millennials' Awareness and Approach to Social Responsibility and Investment-Case Study of the Czech Republic*. Sustainability. 2019. sv. 11, č. 2, ISSN 2071-1050.
- FORMÁNKOVÁ, S., TRENZ, O., FALDÍK, O., KOLOMAZNÍK, J., VANĚK, P. *The future of investing - sustainable and responsible investing*. Marketing and Management of Innovations. 2018. č. 2, s. 94–102. ISSN 2218-4511.
- HŘEBÍČEK, J., FALDÍK, O., HORSÁK, Z., TRENZ, O. *Sustainable investment in waste management- a case study on LDPE plastics*. In Sardinia 2017 - 16th International Waste Management and Landfill Symposium: Proceedings. Padova: Cisa Publisher, 2017, ISBN 978-88-6265-010-6.
- HŘEBÍČEK, J., TRENZ, O., CHVÁTALOVÁ, Z., SOUKOPOVÁ, J. *Optimization of Corporate Performance Using Data Envelopment Analysis with Maple*. In Aurelio Araujo et al. Engineering Optimization 2014. London: CRC Press, 2014, s. 763–767. ISBN 978-1-138-02725-1.
- JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*, Praha: Professional Publishing. ISBN: 978-80-86946-44-3.
- KONEČNÝ, V., TRENZ, O., SVOBODOVÁ, E. *Classification of companies with assistance of self-learning neural networks*. Agricultural Economics. 2010, sv. 56, č. 2, s. 51–58. ISSN 0139-570X.
- MELOUN, M., MILITKÝ, J. *Statistické zpracování experimentálních dat*. 1996. Univerzita Pardubice, Czech Republic, ISBN 80-7194-075-5.
- PYTHON. *Investment Portfolio Optimisation with Python*. [cit. 2020-3-21] Dostupné na: <http://www.pythonforfinance.net/2017/01/21/investment-portfolio-optimisation-with-python/>.
- RUSSELL, J., NORVIG, P. *Artificial intelligence: a modern approach*. 2010, Upper Saddle River: Prentice Hall, ISBN 978-0-13-604259-4.
- TRENZ, O., FALDÍK, O., FORMÁNKOVÁ, S., KOLOMAZNÍK, J., OSTŘÍŽEK, F. *Decision-making support as part of the sustainable investment in unit trust funds*. In Mathematical Methods in Economics 2019: Conference Proceedings. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2019, s. 451–456. ISBN 978-80-7394-760-6.
- TRENZ, O., FALDÍK, O., FORMÁNKOVÁ, S., KOLOMAZNÍK, J., SCHUBERT, D., KOLOMAZNÍKOVÁ, D. *Analysis of unit trust funds and the creation of a descriptive model, with emphasis on the risk-factor and the return of investments*. In Mathematical Methods in Economics 2019: Conference Proceedings. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2019, s. 505–510. ISBN 978-80-7394-760-6.

TRENZ, O., CHVÁTALOVÁ, Z., SLÁDKOVÁ, J., FALDÍK, O., OSTŘÍŽEK, F. *Modelling Sustainable Investment*. In *Mathematical Methods in Economics 2020: Conference Proceedings* . Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2020, s. 599–605. ISBN 978-80-7509-734-7.

TRENZ, O., KASSEM, E., FORMÁNKOVÁ, S., KOLOMAZNÍK, J., FALDÍK, O. *Modeling of ESG factors influence on both long term risk management and return on investment*. In *Mathematical Methods in Economics 2018: Conference Proceedings*. MatfyzPress: Praha, 2018, s. 606–611. ISBN 978-80-7378-371-6.

WU, T., BLACKHURST, J. *Supplier evaluation and selection: an augmented DEA approach*. *International Journal of Production Research*, 2009, sv. 47, č. 16, s. 4593–4608.